

# Глава 7

## Списки билетов

### 7.1 1 семестр

#### 7.1.1 1 коллоквиум

1. Множества и операции над ними, законы Моргана.
2. Аксиома о полноте, верхняя (нижняя) грань.
3. Покрытие и лемма Бореля-Лебега.
4. Счётные множества:  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ . Несчётные множества:  $\mathbb{R}$ .
5. Предельные точки. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
6. Предел последовательности и три замечания.
7. Бесконечно малые величины. Арифметические свойства предела.
8. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел.
9. Теорема о зажатой последовательности (функции). Теорема Вейерштрасса.
10. Число  $e$ . Теорема о композиции предела (всё с доказательством). Второй замечательный предел (б/д).
11. Критерий существования предела последовательности (с доказательством), функции (б/д).
12. Непрерывность и точки разрыва. Локальные свойства непрерывных функций.
13. Промежуточные значения непрерывной функции, ограниченность.
14. Равномерная непрерывность.

### 7.1.2 1 коллоквиум, вопросы

1. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики сформулируйте определение предела последовательности.

2. Определение  $\epsilon$ -малого.

3. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дать определение того, что

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = -\infty$  b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = +\infty$   
 c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \infty$ .

4. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что функция не является равномерной непрерывной.

5. Сформулируйте свойства непрерывных функций на отрезке (глобальные свойства).

6. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \neq -\infty$ .

7. Сформулируйте критерий Коши для предела последовательности.

8. Дайте определение  $O$ -большого.

9. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что  $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n \neq A$ , где  $A \in \mathbb{R}$ .

10. Сформулируйте свойства непрерывных функций в окрестности (локальные свойства).

11. Сформулируйте законы де Моргана.

12. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что не существует предела последовательности.

13. Сформулируйте определены системы вложенных и стягивающих отрезков. Привести формулировку теоремы о вложенных и стягивающихся отрезков.

14. Сформулируйте теорему о нахождении предела отношений последовательностей.

15. Сформулируйте критерий Коши для предела функции.

16. Дайте определение сюръективного отображения.

17. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что функция непрерывна в точке.

18. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq A$ , где  $A \in \mathbb{R}$ .

19. Сформулируйте определение инъективного отображения.

20. Сформулируйте определение равномерной непрерывности.

21. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \neq A$ , где  $A \in \mathbb{R}$ .

22. Сформулируйте теорему об отношении пределов функции (арифметические свойства предела).

23. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что не существует предела функции.

24. Сформулируйте первый замечательный предел.

25. Предельная точка и теорема о предельной точке.

26. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что функция не является непрерывной в точке.

27. Сформулируйте теорему о предельном переходе в неравенстве.

28. В терминах  $\epsilon$ ,  $\delta$  символики дайте определение того, что

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$  d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$  h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ .

29. Определение монотонной последовательности. Сформулируйте теорему Вейерштрасса.

30. Определение числа  $e$ .

31. Сформулируйте теорему о зажатой последовательности.

32. Сформулируйте неравенство Бернулли.

33. Определение дополнения множества  $C_M A$ .

34. Определение разности множества  $A \setminus B$ .

35. Определение биективного отображения.

36. Определение асимптотической эквивалентности функций.

37. Сформулируйте второй замечательный предел.

38. Аксиома о полноте.

39. Верхняя грань множества. Точная верхняя грань.

40. Предел функции по Гейне.

41. Односторонние пределы. Теорема об односторонних пределах.

42. Нижняя грань множества. Точная нижняя грань.

43. Счётные множества. Равномощность.

44. Теорема Кантора.

# Литература

- [1] *В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Бл.Х. Сендов.* Математический анализ. В 2-х томах. // М.: Изд-во МГУ. Ч.1: 2-е изд., перераб., 1985. - 662с.; Ч.2 - 1987. - 358с.
- [2] *И. А. Виноградова, С. Н. Олехник, В. А. Садовничий.* Задачи и упражнения по математическому анализу // М.: Изд-во Моск. ун-та, 1988. - 416с.
- [3] *В. А. Зорич.* Математический анализ. В 2-х ч. // Москва: Фазис; Наука; Ч.1. — 1997, 568с.; Ч.2. — 1984, 640с.
- [4] *Г.И. Архипов, В.А. Садовничий, В.Н. Чубариков.* Лекции по математическому анализу. 5-е изд., испр. // М.: 2004. — 640 с.
- [5] *С. М. Никольский.* Курс математического анализа // М.: Физматлит, 2001. — 592 с.
- [6] *Э.Т. Уиттекер, Дж.Н. Ватсон.* Курс современного анализа. В 2-х ч. // М.: Физматлит, 1963; Ч.1 — 343 с.; Ч.2 — 500 с.